HOJA DE EJERCICIOS 1: Cinemática

C1. ¿Cuántas coordenadas se necesitan para describir la posición de una partícula que se mueve en una trayectoria circular, si se conoce el radio del círculo?

C2. ¿Qué mide el velocímetro de un coche, la velocidad o la magnitud de la velocidad?

C3. ¿En qué condiciones la velocidad media es igual a la velocidad instantánea?

C4. Se lanza una pelota de béisbol en el aire verticalmente hacia arriba. ¿Cuándo es mayor la aceleración: en el momento de lanzarla o una vez lanzada?

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

1. El metro entre Sol y Gran Vía recorre una distancia aproximada de 900m. Supongamos que durante la primera mitad del recorrido acelera de forma constante con una aceleración de 1,0 m/s^2 y durante la segunda mitad frena al mismo ritmo. Representar gráficamente la velocidad y la distancia recorridas en función del tiempo para todo el viaje. Dar valores numéricos apropiados a las escalas de ambos ejes.

2. En 2008, durante los juegos olímpicos de Beijing, el jamaicano Usain Bolt pulverizó el record mundial de los 100 metros lisos, al recorrerlos en 9;69 s. Supongamos que aceleró desde el reposo con aceleración constante a_0, que alcanzó su velocidad máxima v_{max} tras t_1 = 3 s y que mantuvo esa misma velocidad hasta llegar a meta. Representa v y x frente al tiempo y calcula los parámetros a_0 y v_{max}.
Solución: a_0 = 4;07 m/s^2, v_{max} = 12,2 m/s.

3. Un pequeño automóvil eléctrico tiene una aceleración constante máxima de 1 m/s , una desaceleración constante máxima de 2 m/s2 y una velocidad máxima de 80 km/h. Determinar el tiempo que tardará en recorrer un kilómetro partiendo del reposo y terminando también detenido.
Solución: t = 61,67 s

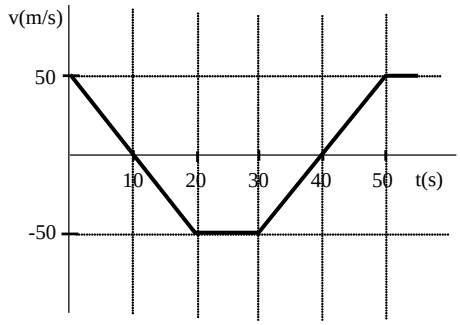
4. Una automovilista viaja a 54 km/h cuando observa que un semáforo a 240 m delante de ella cambia a rojo. El semáforo está programado para permanecer con la luz roja 24s. Si la automovilista desea pasar por el semáforo sin pararse, justamente cuando se cambia a verde otra vez, determínese a) la deceleración uniforme que debe aplicarle al vehículo y b) la velocidad del automóvil al pasar el semáforo.
Solución: a) a = -0,416m/s^2 ; b) v=5m/s

5. El movimiento de una partícula en línea recta se describe por la función: $x = 6 + 4t^2 - t^4$, donde x se mide en *m* y t en *s*. Supóngase que t es positiva. a) Hállense la posición, la velocidad y la aceleración en el instante t = 2*s*. b) ¿Durante qué intervalo de tiempo la velocidad es positiva? c) ¿Durante qué intervalo de tiempo *x* es positiva? d)¿Cuál es la velocidad positiva máxima alcanzada por la partícula?
Solución: a) x = 6 m; v = -16 m/s; a = -40 m/s^2 **b)** 0 < t < 1,41 s **c)** 0 < t < 2,27 s d) v_{max} = 4,35 m/s.

6. El movimiento de una partícula se define por la relación $x = t^3-12t^2+36t+30$ con x expresada en m y t en s. Calcular el tiempo, la posición y la aceleración cuando v = 0.

Solución: Para t = 2s: x = 62 m ; a = -12 m/s^2 ; Para t = 6s: x = 30 m ; a = 12 m/s^2

7. La figura muestra la velocidad en función del tiempo de una partícula en movimiento rectilíneo. Sabiendo que en t=0 la partícula se encuentra en el origen de coordenadas dibujar la posición y la aceleración en función del tiempo.



8. La velocidad de un objeto es $v = 5-2t^2$, donde t se mide en s y v en m/s. En t = 10s el objeto está en x= -50m. Calcular su posición en un tiempo genérico t.

Solución: $x(t) = -\frac{2}{3}t^3 + 5t + \frac{1700}{3}$

9. Una piedra se hunde en el agua con una aceleración que decrece en función del tiempo según la expresión $a(t) = ge^{-\beta t}$, donde β es una constante positiva que depende de la forma y tamaño de la piedra, y de las propiedades físicas del agua. Basándose en ese resultado y suponiendo que la piedra parte del reposo en la superficie del líquido, deduzca una expresión para la posición de la piedra en función del tiempo. ¿Cuál es la velocidad límite de la piedra?

Solución: $v_{lim} = g/\beta$.

10. La aceleración de una partícula, inicialmente en reposo, aumenta uniformemente desde 0 hasta 5 m/s2 en 10 s . En los siguientes 5s la aceleración disminuye uniformemente hasta cero. Calcular la velocidad y el desplazamiento de la partícula al cabo de los 15s.

Solución: $v = 37,5 m/s \quad \Delta x = 250 m$

11. La aceleración de una partícula es directamente proporcional al tiempo t. Para t = 0, la velocidad de la partícula es v = -12 m/s. Sabiendo que v = 0 y x = 15 m para t = 4 s, escríbase la ecuación de movimiento de la partícula.

Solución: $x(t) = 47 - 12t + 0,25t^3$ (x en m y t en s)

12. La aceleración de una partícula está dada por a = 300 - 200 t , donde t se mide en s y a en m/s2. Se sabe que en t = 5s la partícula se encuentra en la misma posición que en t = 0. Determinar su velocidad en t = 0.

Solución: $v_0 = 83,33$ m/s

13. La aceleración de una partícula está definida por la relación a = - 9 x, donde a se mide en m/s2 y x en m. Inicialmente v = 0 m/s y x = 0,5. Determínese la velocidad de la partícula cuando pasa por el origen de coordendas.

Solución: v = 1,5 m/s

14. El movimiento de un cuerpo que cae, partiendo del reposo, en un medio resistente, se expresa por la ecuación a = A - Bv donde A y B son constantes. Hállese en función de A y B a) la aceleración inicial, b) la velocidad a la cual la aceleración es nula (velocidad límite), c) Demuéstrese que la velocidad en cualquier instante es v = (A/B)(1-e-B t).

Solución: a) a_o=A b) v_{lim} = A/B

15. La aceleración de una partícula que cae a través de la atmósfera está definida por la relación $a = g(1-k^2v^2)$, donde se ha adoptado el sentido positivo hacia abajo. Sabiendo que la partícula parte del reposo en t = 0 , hallar la velocidad de la partícula para cualquier valor de la distancia x que haya caído.

Solución: $v = \frac{1}{k}\sqrt{1-e^{-2k^2 g x}}$

16. Un disco de hockey sobre hielo desliza sobre una película de agua horizontal animado de una aceleración directamente proporcional a su velocidad: a = – 0,5 v , donde la velocidad se mide en m/s y la aceleración en m/s2. Si el disco lleva una velocidad de 15 m/s cuando t = 0 y x = 0, a) determinar su velocidad en función de la distancia; b) determinar su posición en función del tiempo. Calcular también lo que tarda en reducir su velocidad hasta 0,1 m/s y determinar su posición en ese instante.

Solución: a) $v(x) = 15 - 0,5x \quad (x\ en\ m\ y\ v\ en\ m/s)$ b) $x(t) = 30(1 - e^{-0,5t}) \quad (x\ en\ m\ y\ t\ en\ s)$

MOVIMIENTO 2D y 3D

17. Las coordenadas de una partícula que se mueve en el plano *xy* vienen dadas en función del tiempo por $x(t) = 2t$, $y(t) = 19 - 2t^2$, donde las distancias se miden en *m* y los tiempos en *s*.

¿Cuál es la distancia de la partícula al origen en el instante *t*=2s?
¿Cuál es el vector velocidad de la partícula en el instante *t*=2s?
¿Cuál es el vector aceleración de la partícula en el instante *t*=2s?
¿En qué instante la velocidad de la partícula es perpendicular a su aceleración?
¿En qué instante la velocidad de la partícula es perpendicular a su vector de posición? ¿Cuáles son las posiciones de la partícula en ese instante?
¿Cuál es la distancia mínima de la partícula al origen? ¿En qué instante tiene lugar ese mínimo?
Hágase un esquema de la trayectoria de la partícula.

Solución: a) d = 11,7 m ; b) **v** = 2**i** - 8**j** (m/s) v = 8,25 m/s ; c) **a** = -4**j** (m/s^2) a = 4 m/s^2 ; d) t = 0 s ; e) para t = 0s **r** = 19**j** (m) y para t =3s **r** = 6**i**+**j** (m) ; f) d = 6,08m para t = 3s

18. Una piedra se lanza horizontalmente desde lo alto de una cuesta que forma un ángulo con la horizontal. Obtener la expresión de la distancia sobre la cuesta a la que cae la piedra, si su velocidad inicial es v0.

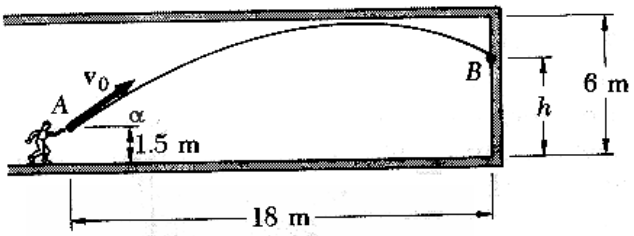
Con qué ángulo respecto a la horizontal se debe lanzar un proyectil para que su velocidad en el punto más alto de la trayectoria sea 3/4 de su velocidad inicial?

Solución: **θ**= 41º

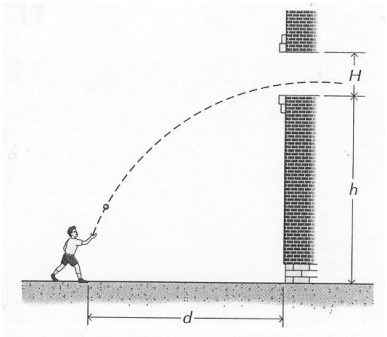
19. Un jugador lanza una pelota con una velocidad inicial vo de 16 m/s desde un punto A localizado a 1,5 m por encima del suelo. (a) Determínese el punto B más alto al que puede golpear la pelota en la pared a 18 m de distancia (supóngase gimnasio sin techo).

(b) Repítase esa misma altura sabiendo que el techo del gimnasio tiene una altura de 6 m,

Solución: **(b)** h =5,09 m

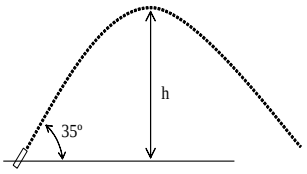


20. 4.- Un muchacho que se encuentra a una distancia d = 6 m de la base de un edificio intenta lanzar una pelota a través de una ventana de tamaño H = 90 cm que está a una altura h = 6m. Si la velocidad inicial de la pelota es 15 m/s, determinar el intervalo de ángulos iniciales que permitan a la pelota atravesar la ventana.



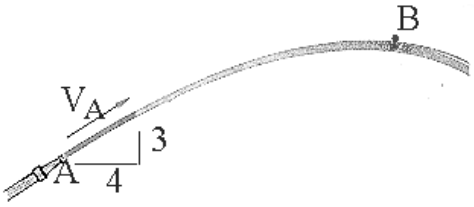
Solución: 54,07º < θ < 58,52º (trayectoria ascendente)

21. Una boquilla descarga un chorro de agua en la dirección indicada con una velocidad inicial de 25 m/s. Determínese el radio de curvatura del chorro a) cuando sale de la boquilla y b) en la máxima altura h del chorro.



Solución: a) $\rho = 77{,}9$ m b) $\rho = 42{,}8$m

22. De las medidas de una fotografía se encontró que al salir de la boquilla en A el chorro de agua tenía un radio de curvatura de 35m. Determínese a) la velocidad inicial vA del chorro y b) el radio de curvatura del chorro en su máxima altura.



Solución: a) $v_A = 16{,}57$m/s b) $\rho = 17{,}92$m

MOVIMIENTO CIRCULAR

23. Una partícula describe un movimiento circular de radio R = 100 m con las siguientes características. Partiendo desde el reposo se mantiene constante la aceleración tangencial $a_T = 0{,}125$ m/s2 durante la primera revolución. A continuación la aceleración tangencial cambia bruscamente: su sentido se invierte y su magnitud se iguala a la de la aceleración normal. Se inicia entonces un movimiento retardado durante el cual, en todo instante, las magnitudes de ambas componentes de la aceleración son iguales.

Calcular el módulo de la aceleración normal al cabo de la primera revolución así como el tiempo que ha trascurrido desde el inicio del movimiento.

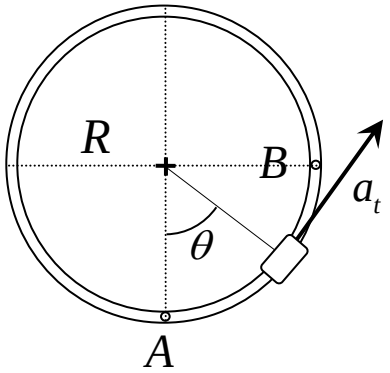
Calcular el tiempo empleado y la distancia recorrida por la partícula durante el movimiento retardado hasta que el módulo de su velocidad se reduce a la mitad.

Solución:

24.- Una partícula se mueve a lo largo de una pista circular de 1m de radio. La posición s a lo largo de la pista viene dada por $s = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{6}t^3$, donde s se mide en m y t en s. Calcular los vectores velocidad y aceleración en t = 2s. Suponer que el centro de la pista se encuentra en el origen de coordenadas y que la distancia s se mide a partir del punto (1m;0) en el sentido las agujas del reloj.

Solución: $\vec{v} = 0{,}76\vec{i} + 3{,}93\vec{j}\ (m/s)$ $\vec{a}_t = 0{,}57\vec{i} + 2{,}95\vec{j}\ (m/s^2)$ $\vec{a}_n = 15{,}71\vec{i} - 3{,}05\vec{j}\ (m/s^2)$

25. Un collarín desliza a lo largo de una guía circular de radio $R = 2/3\,m$. La aceleración tangencial es $a_t = \frac{4}{3}(\pi - \theta)$, donde a_t se mide en m/s2 y θ en radianes. Inicialmente el collarín se encuentra en reposo en el punto A. Calcular la aceleración del collarín cuando llega al punto B.

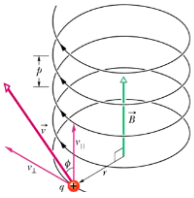


Solución: $\vec{a}_B = -9{,}87\,\vec{i} + 2{,}09\,\vec{j}\quad (m/s^2)$

26. Un móvil recorre una circunferencia de radio R de forma que $\dot{\theta} = k\theta$. Sabiendo que la velocidad inicial es v_0 determinar su aceleración normal en función del tiempo.

Solución: $a_n = \dfrac{v_0^2}{k^2 R} e^{2kt}$

27. Expresa la trayectoria helicoidal de la figura en coordenadas cartesianas y en coordenadas cilíndricas.



28. Halla el radio de curvatura RC de la trayectoria descrita por una partícula que se mueve según las coordenadas: $x = a \cos \omega t$, $y = a \sin \omega t$, $z = kt$.
(Nota: El radio de curvatura se puede expresar como $\rho = \mathbf{v}\cdot\mathbf{v}/|\mathbf{a}_N|$, siendo **v** la velocidad y $\mathbf{a}_N$ la componente de la aceleración normal)

29. Expresa el módulo de la velocidad al cuadrado en coordenadas esféricas.